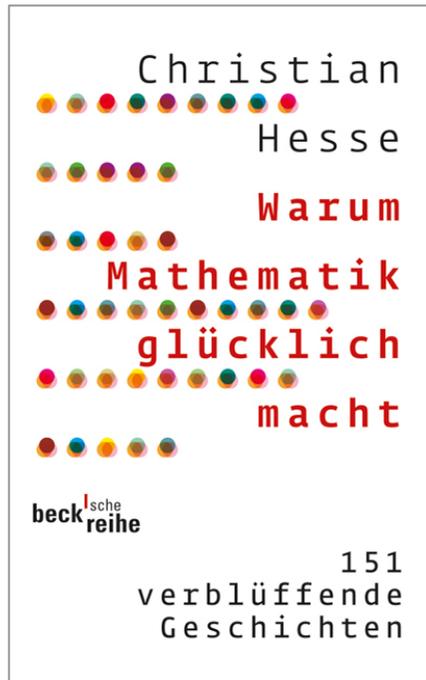


Unverkäufliche Leseprobe



Christian Hesse
Warum Mathematik glücklich macht
151 verblüffende Geschichten

346 Seiten, Gebunden
ISBN: 978-3-406-60608-3

Begrüßung des Lesers

Menschen sind bestrebt, einen Zustand des sich Wohlfühlens herbeizuführen. Großes und Kleines kann dabei abträglich oder förderlich sein. Der Philosoph Bertrand Russell meinte, dass ein Mensch, der Erdbeeren mag – bleibe alles andere gleich –, besser an die Welt, in der wir leben, angepasst ist als jemand, der sie nicht mag. Denn Erdbeeren existieren, und eine positive Beziehung zu ihnen trägt zum Wohlfühl bei.

So ist es auch mit der Mathematik, sogar in gesteigerter Form. Auch die Mathematik bietet ganz epikureisch manch soliden Lustgewinn. Mehr noch: Mathematik hat die Gabe, wie die Liebe und die Musik, Menschen glücklich zu machen. «The sexiest discipline on the planet», nennt sie der Bestsellerautor Simon Singh und hat recht. Wie die Liebe und die Musik und weit mehr als Erdbeeren erzeugt die Mathematik starke Gefühle. Nicht alle, zugegeben, sind positiv: Wie keine andere Disziplin ist die Mathematik polarisierend. Wenn es auch am Beginn des 3. Jahrtausends zunehmend schwieriger wird, ihre großen Errungenschaften zu leugnen, so erscheint sie ihren Gegnern doch emotional frugal, intellektualistisch, vollwertig furchterregend und als Beschäftigung in etwa so spannend wie die Besichtigung frischer Farbe beim Antrocknen.

Für ihre Anhänger ist die Mathematik nicht nur ein grandioses Abenteuer im Kopf. Sie ist eine über Jahrtausende gewachsene Ressource der menschlichen Kultur, deren Tiefensehkraft uns Gefilde weit jenseits unserer Erfahrungswelt erschließt, etwa die Welt der Elementarteilchen oder die Vorzeiten des Weltalls. Die Mathematik berührt aber auch unser aller Alltag und steckt unbemerkt in vielen Dingen unserer Lebenswelt: Die Heizung heizt, der Flieger fliegt, die Brücke trägt nur dann, wenn Mathematik im Spiel ist.

Darüber hinaus ist die Mathematik eine Quelle nachhaltig spürbarer Schönheit. Ihre Präzision, ihre kristalline Klarheit und Eleganz

verleihen der Mathematik ihre ästhetische Qualität. Dazu kommt die nahtlose Passform, mit der ein Ensemble von Einzelüberlegungen sich zu einer schlüssigen Argumentationskette formiert, zu einem mathematischen Beweis oder zur Lösung eines Problems. Vergleichbar den Rädchen eines Uhrwerks, greifen sie ineinander und bilden auf balancierte Weise ein größeres harmonisches Ganzes. Die gelungensten Exemplare dieses Genres haben etwas von atemberaubender Formvollendung.

Und nicht zuletzt und hier vor allem ist Mathematik reich an Themen, die sich in unterhaltsame Tisch- und Partygespräche einbringen lassen. Das ist vielleicht nicht die gängige Ansicht, aber es ist meine Ansicht und vielleicht auch bald die Ihre. Wir sprechen in diesem Buch von allen möglichen Dingen und noch einigen mehr.

Doch so, wie Mathematik von Profis für Profis produziert wird, ist sie ein extremes Bildungsprodukt, und ihre stark normierte, karge Darreichungsform hat etwas Hermetisches und Unzugängliches. Das rührt zum Teil daher, dass niemand der Mathematik ernsthaft nachsagen kann, sie sei vorbereitungslos allgemeinverständlich: Sie ist ein Werkzeug, an dem man ausgebildet sein muss. Die Mathematik kann aber, wenn sie nur will, ebenso gut auch unterhaltsam sein. Und man sagt selbst dann noch nicht zu viel, wenn festgestellt wird, dass sie sich sogar als belletristische Wissenschaft verstehen lässt, voll strömender Lebendigkeit und geistreich begeisternd. Das zu meinen ist jedenfalls möglich, wenn man sich Fragen wie diese vergegenwärtigt: Warum haben Tiger Streifen, Dalmatiner Punkte und Elefanten nichts von beidem? Warum haben manche Heuschreckenarten Lebenszyklen, deren Länge immer Primzahlen sind? Kann man beim Glücksspiel zwei Verluststrategien zu einer Gewinnstrategie kombinieren? Wie kann man einen Kuchen unter drei Personen neidfrei aufteilen? Was ist das optimale Verhalten bei Warteschlangen? Was ist eine gute Strategie beim Lotto? Wie ist es möglich festzustellen, dass Homer die *Odyssee* nicht geschrieben hat? Dies und vieles andere kann Ihnen die Mathematik beantworten. So gesehen ist sie eine Art «vielseitiger großer Ratschläger für alle Fälle der Welt» (Ror Wolf). Und wie sie dabei vorgeht, das sieht man bisweilen mit Faszination und angehaltenem Atem.

Mein Buch will ein lebendiges Bild der Mathematik zeichnen. Nicht darauf angelegt ist es, ein Buch mit sieben Siegeln zu sein. Selbst bei schwachem Fleiß und mittlerer Ausdauer ist es mit geringen mathematischen Kenntnissen und gesundem Menschenverstand zugänglich.

Es bietet Mathematisches und Mathematik-Angehauchtes in vielen Spielarten aus vielen Gebieten. Durchaus gewollt, ist es kunterbunter und munterer, als es Bücher des mathematischen Genres gemeinhin sind. Zwar mag man szenische und kompositorische Schwerpunkte ausmachen, doch am ehesten ist es eine Kollektion flanierenden Denkens bei starker Streuung der Themen, eine exaltierte Querbeet-Kompilation von Mathematik und Leben, die Leselust erzeugen will. Aber irgendwie anders: etwa wie eine Art Woodstock der erzählenden Mathematik. Meine Intention ist es, das Thema so zu bespielen, wie Jon Bon Jovi seine Gitarre bespielt, nicht wie Anne-Sophie Mutter ihr Instrument bespielt, sondern eben wie Bon Jovi.

Bei den hier versammelten Lesestücken in Feiertagslänge geht es nicht darum, komplexe Zusammenhänge zu umschiffen, aber doch darum, sie durch Umformulieren auf Augenhöhe zu bringen und Schweres unschwer leichter zu sagen. Nicht Kleinkunst habe ich im Sinn, sondern tiefer gehängte Hochkultur, bis hinunter auf Verstehbarkeit in Echtzeit.

Dieses Buch mag man als Bemühung deuten, eine kommunikative Brücke zu schlagen zwischen Mathematik und dem Rest der Welt. Es bietet eine gedankliche und erzählerische Collage von Miniaturen und Mikroessays, intellektuell-vielkulturell angelegt. Es bietet mathematischen Denkstoff als reizvolles Erlebnissegment, dem gegenüber man sich etwa durch bereitwilliges Mitschwingen in das richtige Verhältnis setzen kann. Lassen Sie Ihre Mitmachmentalität anregen und folgen Sie mir in den Behaglichkeitskokon einer temperamentvollen Themenmischung aus freier mathematischer Wildbahn: Die Mathematik ist genauso verrückt, so witzig und aberwitzig wie das Leben. Und sie werden nach Lektüre dieses Buches über Mathematik nie wieder so denken wie davor.

Das Ergebnis dieser Bemühung mag fragmentarisch sein, die Bemühung selbst aber ist es nicht. Schon seit langem liegt mir die

Popularisierung der Mathematik am Herzen. Insofern versteht sich dieses Buch neben allem anderen auch als Hommage an ein Betätigungsfeld, in das sehr viel Herzblut fließt und das mir geholfen hat bei der für jeden nicht unerheblichen Anstrengung, den eigenen Platz in der Welt zu finden.

Mannheim, 18. Mai 2010

Christian H. Hesse

Originaldokument
© Verlag C.H.Beck

1. Alltagsweltliches

1. *Kleine Mathematik des Lebens und Sterbens*

Leben und Sterben, das sind ernste Themen, denen man sich nicht immer in heiterem Plauderton nähern kann. Ohne elegisch zu werden, bleiben wir hier im faktischen Bereich. Eine groß angelegte statistische Studie in den 1990er Jahren hat sich mit dem Sterben vor und nach Geburtstagen und anderen persönlich bedeutenden Ereignissen beschäftigt, etwa wichtigen Feiertagen, Hochzeitstagen und so weiter. Die Ergebnisse sind staunenswert. Zum Beispiel zeigt eine Untersuchung innerhalb der chinesischen Community in den USA, die Sterbedaten aus einem Zeitraum von über 25 Jahren verwendete, dass die Todesraten der mindestens 75-jährigen Frauen in der 7-Tages-Periode vor dem Harvest Moon Festival, dem Chinesischen Erntedankfest, um 35 % sanken, während sie in der Woche nach dem wichtigen Feiertag um ca. denselben Prozentsatz stiegen (verglichen mit dem Durchschnittsprozentsatz für das gesamte Jahr).

Kurz unsterblich. Repräsentative Kontrollgruppen von nichtchinesischen Frauen zeigen dieses Verhalten nicht. Das Harvest Moon Festival ist ein wichtiges Fest, bei dem die älteste Frau eines Haushaltes über die Festivitäten präsidiert, eine Prozession anführt und auch sonst im Mittelpunkt steht. Die Studie lässt keinen anderen Schluss zu als den beflügelnden Vorstellungsinhalt, dass die ältesten Frauen den nahenden Tod bei lohnendem Anlass im Schnitt etwas hinauszuschieben vermochten. So erzeugt das Harvest Moon Festival einen possierlichen Effekt nichtlinearer Körpererfahrung in Form von prolongierter Lebendigkeit.

Mathematikata

Bitte sie zu warten – ich bin fast fertig.

Carl Friedrich Gauß, mathematischer Wirklichkeitsüberbieter par excellence, während der Arbeit an einem Beweis, als er darüber informiert wird, dass seine Frau im Sterben liegt.

Originaldokument
© Verlag C.H. Beck

Ein ganz ähnlicher Effekt wurde für jüdische Männer in den Wochen um das Passah-Fest ermittelt. Die Sterberate jüdischer Männer erreichte in der Woche vor dem Fest ihr Jahresminimum, 31% geringer gegenüber dem Jahresdurchschnitt, und stieg in der Woche nach dem Fest auf ein Plus von etwa demselben Wert gegenüber dem Jahresmittel. Das Passah-Fest ist ein zeitlich variabler Feiertag, so dass jahreszeitliche Effekte als Erklärung der Ergebnisse ausgeschlossen werden können. Im Gegenteil: Der Termin des Festes ändert sich jährlich und der angesprochene Passah-Effekt wandert mit dem Passah-Fest durch das Jahr.

Sei live dabei!

Stirbt der Beamte während der Dienstreise, ist die Dienstreise damit beendet.

§ 26 Landesreisekostengesetz NRW

Eine andere Studie, «The Birthday: Lifeline or Deadline», durchgeführt vom Soziologieprofessor David Phillips von der Universität von Kalifornien, beschäftigt sich mit dem so genannten Geburtstags-Tagseffekt. Die Untersuchung, in der rund 3 Millionen Daten von Todesfällen aufgrund natürlicher Ursachen statistisch analysiert wurden, zeigt, dass es für Frauen wahrscheinlicher ist, in der Woche direkt nach ihrem Geburtstag zu sterben als in irgendeiner anderen Woche im Jahreslauf, während Männer am wahrscheinlichsten in der

Woche direkt vor ihrem Geburtstag starben. In beiden Fällen betrug die prozentuale Abweichung 3% gegenüber dem Mittel aller 52 Wochen des Jahres. Diese Geburtstagsdelle fällt zwar erheblich geringer aus als die konstatierten Feiertageeffekte, doch wegen des großen Umfangs der Studie ist sie statistisch hochsignifikant.

Der Tod ist die stärkste Form der Dienstunfähigkeit!

Aus: Unterrichtsblätter für die Bundeswehrverwaltung

Als kleine Zugabe oder kurzer Nachruf meinerseits zu dieser preiskrönungswürdigen Extremalaussage hier noch eine Kollektion standesgemäßer Todesarten:

Der Gärtner beißt ins Gras
Der Kellner gibt den Löffel ab
Der Schornsteinfeger kehrt nie wieder
Die Putzfrau macht einen sauberen Abgang
Der Golfspieler wird eingelocht
Der Fährmann ist hinüber
Der Vertreter tritt ab
Der Wanderer ist von uns gegangen
Der Bergmann fährt in die Grube
Für den Uhrmacher ist alles zu spät
Der Schlossbesitzer gibt den Geist auf
Der Spanner ist weg vom Fenster
Der Atheist muss dran glauben
Der Zahnarzt hinterlässt eine schmerzliche Lücke
Der Mantafahrer wird tiefer gelegt
Der Palästinenser geht über den Jordan
Der Turner verreckt
Der Pornostar nippelt ab
Der Pantomime verstummt
Der Metzger springt über die Klinge
Der Hutmacher nimmt den Hut
Der Schaffner liegt in den letzten Zügen
Der Liebhaber ist nicht mehr unter uns
Dem Elektriker geht das Licht aus
Der Chemiker reagiert nicht mehr

➔

Der Historiker ist Geschichte
 Der Ornithologe macht die Flatter
 Der Mathematiker geht gegen unendlich

Geburtstage sind persönlich relevante Tage. Sie können emotional positiv besetzt sein: etwa eine Zeit größerer Aufmerksamkeit von Familie und Freunden mit sich bringen, oder emotional eher negativ besetzt sein: etwa als Datum empfunden werden, das verstärkt die Vergänglichkeit vor Augen führt.

Eine denkbare Erklärung für die angesprochenen statistischen Resultate ist eine psychologische: Die Möglichkeit, dass Frauen mehrheitlich ihrem Geburtstag positiv entgegensehen und durch noch unbekannte Mechanismen einen nahenden Tod mit gesteigertem Lebenswillen bis nach dem Geburtstag hinauszuschieben vermögen, während für Männer heraufziehende Geburtstage mehrheitlich negativ emotional besetzt sind, was ihren Überlebenswillen in Todesnähe im Durchschnitt geringfügig, aber durch Daten messbar, abschwächt.

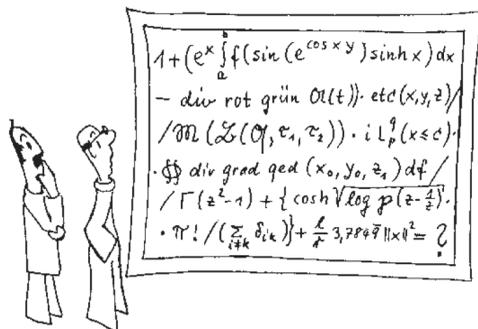


Abbildung 1: Cartoon von Friedrich Wille: «Sein letzter Wunsch war, dass wir dort weitermachen, wo er aufgehört hat.»

2. Arithmetik der Ordinalzahlen oder Jede Zweite plus jede Dritte macht zusammen ...

... jede Fünfte?

Jede fünfte erwerbstätige Mutter in Deutschland arbeitet zumindest gelegentlich auch an Sonn- und Feiertagen. In Ostdeutschland arbeitet jede zweite Mutter mit Kindern unter 18 Jahren an Sonn- und Feiertagen (49 Prozent), im Westen tut dies etwa jede Dritte (38 Prozent).

Goslarsche Zeitung vom 22.5. 2004

3. Zerologie

«Die Lektion habe ich jedenfalls mitgekriegt: Durch null darf man nicht dividieren! Nie und nimmer. Wer sich dabei erwischen lässt – nun ja, für den kann ich auch nichts mehr tun. Und wenn nun die Sache aber unbemerkt bleibt? Es soll ja sogar Situationen geben, in denen man nicht mal selber mitbekommt, dass gerade eine Division durch null stattfindet. Dann frage ich mich allerdings als denkender Mensch, weshalb das so schlimm sein soll. Gefällt es dem Lehrer oder der Lehrerin nicht? Es könnte ihnen ja egal sein, wenn es heimlich geschieht. Sieht es die Schulaufsichtsbehörde nicht so gern oder hat gar die Polizei etwas dagegen?», so schreibt Alfred Schreiber in seinem *Inneren Monolog bei der Suche nach unverstandener Wahrheit*.

Hat auch Ihnen schon mal jemand gesagt, dass es verboten ist, durch null zu dividieren? Ja? Und hat er Ihnen auch den Grund dafür genannt? Nein? Halten Sie es für möglich, dass Ihr Leben davon abhängen könnte, ob Computer die Division durch null richtig behandeln? Stellen Sie sich etwa vor, Sie sitzen in einem Flieger, dessen Autopilot aktiv ist. Stellen Sie sich nun weiterhin vor, dass der Computer des Autopiloten gerade durch null dividiert. Hoffentlich schaltet er dann nicht auf manuellen Betrieb um oder gar ab. Und noch hoffentlicher teilt Ihr Herzschrittmacher nicht durch null, bleibt stehen und hört auf, Ihrem Herzen Schritt zu machen. In beiden Fällen könnten Sie flugs in dem schweben, was man gemeinhin eine Gefahr

nennt. Das sind keine schönen Vorstellungen, aber auch keine ganz weit hergeholt Phantasien. Der Versuch eines Programms, durch null zu dividieren, führt bei manchen Computern zu Laufzeitfehlern, die unbehandelt gelegentlich den Abbruch des Programms zur Folge haben. Bisweilen passiert dann Hochgradiges.

Die schwarzen Löcher entstanden, nachdem Gott das Universum durch null dividiert hatte.

Graffiti auf einer Wirtshaus-Wand in Wanne-Eickel-West

Am 21. September 1997 etwa führte der Bordcomputer des Lenkwaffenkreuzers USS Yorktown der US-Navy eine Division durch null durch, was das gesamte System abstürzen und unter anderem den Schiffsantrieb ausfallen ließ. Das Schiff war manövrierunfähig. Nach einem Bericht der *US-Government Computer News* musste es zurück in den Hafen geschleppt werden.

Aber warum nur darf man nicht durch null dividieren? Warum ist der Ausdruck $1/0$ in der Mathematik verpönt, verboten und gefährlich? Eigentlich ist die Antwort ganz einfach. Wenn man die Division durch null zuließe, würde sich in der weiteren Folge Denkmüll erge-

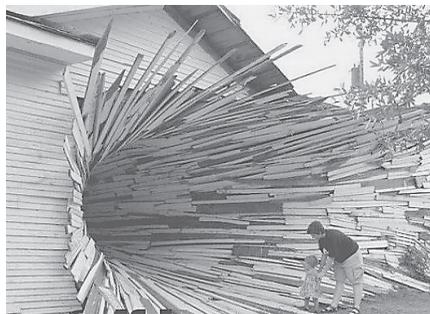


Abbildung 2: Hat die kleine Emily etwa durch null dividiert?

ben in Form von Aussagen, die der Logik widersprechen. Insbesondere könnte man dann beweisen, dass $2 = 1$ ist. Um das Gemeinte präzise zu verarbeiten, demonstrieren wir es in sieben leicht fasslichen Schritten:

1. Setze $x = y$ [multipliziere beide Seiten mit x]
2. Ergibt: $x^2 = xy$ [subtrahiere y^2]
3. Ergibt: $x^2 - y^2 = xy - y^2$ [faktorisierere]
4. Ergibt: $(x + y)(x - y) = y(x - y)$ [dividiere durch $(x - y)$]
5. Ergibt: $x + y = y$ [substituiere y für x aus Zeile 1]
6. Ergibt: $2y = y$ [dividiere durch y]
7. Ergibt: $2 = 1$ Voila!

Wir haben etwas offensichtlich Falsches aus etwas offensichtlich Richtigem durch mathematische Schlüsse erhalten. Ist die Mathematik gebrochen? Sollten wir alle Mathematiker zu Philosophen umschulen? Nicht so schnell! Ein illegaler, nicht wahrheitserhaltender Schritt hat sich eingeschlichen. Welcher ist es?

Der Fehler liegt in Zeile 4, in der zur Division durch $(x - y)$ aufgerufen wird. An und für sich nichts Schlimmes, doch wegen der Anfangsfestsetzung $x = y$ ist das eine Division durch null. Das war sehr versteckt und unscheinbar: Eine Division durch null errötet nicht.

Wenn ich beweisen kann, dass $2 = 1$ ist, dann habe ich den logischen Super-GAU. Denn dann kann ich alles beweisen: dass ich der Papst bin, dass die Erde eine Scheibe ist, einfach jeden Unsinn. Um das zu vermeiden, wird die Division durch null illegalisiert.



Abbildung 3: Division durch eine recht große Null.



Abbildung 4: Division durch eine recht kleine Null. Entweder das, oder jemand hat die Spülung betätigt.

4. Audio-Paradoxon

Am Dienstag, 10:30 Uhr, findet ein Probefeuealarm statt. Sollte es zu dieser Zeit wirklich brennen, fällt der Probealarm aus!

Aushang vor Jahren an einem Konferenzsaal, aber ich weiß nicht mehr, ob in Am-, Bam- oder Camberg.

Frage: Was ist das Gegenteil eines Probealarms?

[...]